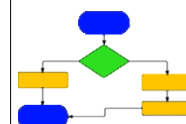


Fiche 9-6 (45 minutes)

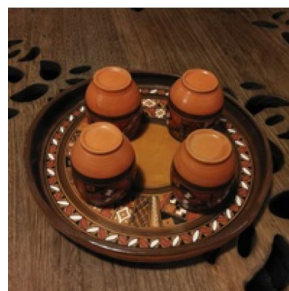
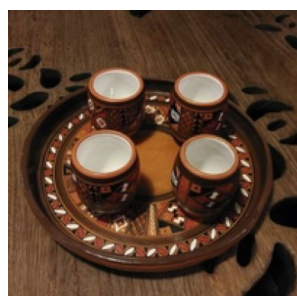
Le barman aveugle



Dans un bar, un petit groupe bruyant entourait le « barman », un vieillard dont je ne mis pas très longtemps à comprendre qu'il ne pouvait assurer le service puisqu'il était aveugle. S'il était source d'agitation pour les buveurs, c'est parce qu'il réussissait à la surprise générale un tour assez étonnant. Sur une table devant lui se trouvait un plateau où étaient disposés quatre verres aux sommets d'un carré :



Il se faisait fort en quelques manipulations de parvenir à remettre tous les verres dans la même orientation (c'est-à-dire soit tous vers le haut, soit tous vers le bas) pour toute position de départ des verres.



C'est déjà assez fort pour quelqu'un qui ne peut voir les verres mais, en plus, c'est un client suspicieux qui retournait lui-même les verres. Pire encore, un autre client prenait un malin plaisir à faire tourner de temps à autre le plateau à son insu.

Et pourtant, le « barman » arrivait toujours à ses fins en sept manipulations ou moins !

Étant resté suffisamment longtemps dans ce tripot, j'ai pu comprendre sa stratégie et je vous livre ici la succession de ses manipulations :

1. retourner deux verres disposés selon une diagonale
2. retourner deux verres disposés sur un même côté
3. retourner deux verres disposés selon une diagonale
4. retourner un verre
5. retourner deux verres disposés selon une diagonale
6. retourner deux verres disposés sur un même côté
7. retourner deux verres disposés selon une diagonale

Tâche 1

Énumérez et dessinez les différentes dispositions des verres en carré.

Tâche 2

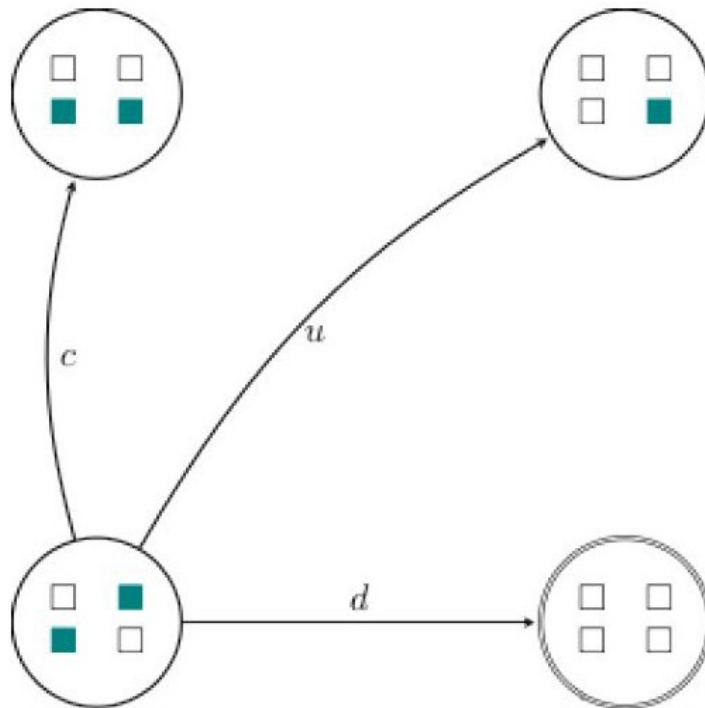
Justifiez qu'il n'y a que quatre dispositions réellement différentes (dont une où les verres sont tous dans le même sens). Par exemple, les quatre suivantes sont essentiellement identiques :



Tâche 3

Le jeu peut alors être représenté par un **automate** avec des **états** qui sont les différentes configurations, et des **transitions** étiquetées par u , d , c (qui désignent le retournement d'un verre, de deux verres disposés selon une diagonale et de deux verres disposés sur le même côté du carré respectivement) qui indiquent le passage d'un état à un autre.

Voici le début de l'automate où l'on a marqué les transitions depuis l'état en bas à gauche (l'état en bas à droite étant celui de la fin du jeu) :



Complétez cet automate.

Tâche 4

Vérifiez que la stratégie du barman, notée par le mot $dcudcd$, synchronise l'automate (en anglais, on dit que ce mot est un *reset word* de l'automate) dans l'état en bas à droite.