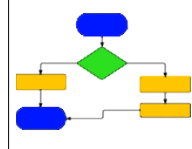


Construction de carrés magiques



Un **carré magique d'ordre n** est un tableau $n \times n$ composés des nombres allant de 1 à n^2 et dont la somme des nombres sur chaque ligne, chaque colonne, et chacune des deux diagonales est une **constante magique**.

Voici un carré magique d'ordre 3 et de constante magique 15 :

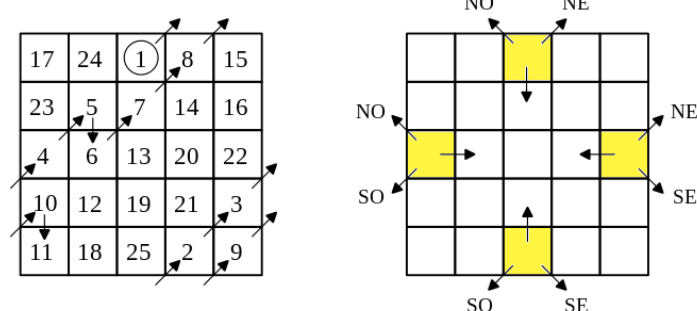
2	7	6	→15
9	5	1	→15
4	3	8	→15
15	15	15	15

Le seul carré magique d'ordre 3 est le carré de **Luo Shu** (tous les autres sont obtenus par réflexion ou rotation).

Le but de cette fiche est d'appliquer différents algorithmes de construction pour des carrés magiques d'ordre impair (construire des carrés magiques d'ordre pair est plus difficile).

Algorithme 1 (méthode siamoise)

La méthode siamoise a été introduite en France par **Simon de La Loubère** (1642-1729) en 1688 alors qu'il revenait de son ambassade au Siam (ancien nom de la Thaïlande).



Construction d'un carré magique d'ordre impair selon la méthode siamoise
Les cases jaunes indiquent où l'on peut placer le 1.

Dans l'exemple ci-dessus, le carré est rempli selon les diagonales nord-est (NE), mais elles pourraient être parallèles à sud-est (SE), à sud-ouest (SO) ou à nord-ouest (NO).

1. Placer le 1 tel que montré.
2. Décaler d'une case vers la droite puis d'une case vers le haut pour le 2, et ainsi de suite pour le 3, puis le 4, etc.
3. Si la pointe de la flèche sort du carré, revenir de l'autre côté, comme si le carré était enroulé sur un **tore** (Pac Man suit le même principe).
4. Si la prochaine case est occupée, décaler d'une case vers le bas.

Tâche 1

Appliquez cette méthode sur un carré d'ordre 5 en le remplissant selon les diagonales sud-est (observez attentivement le schéma de droite). Vous pouvez utiliser un tableur pour vérifier automatiquement les sommes.

Tâche 2

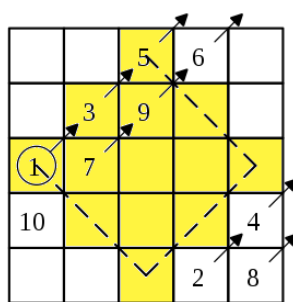
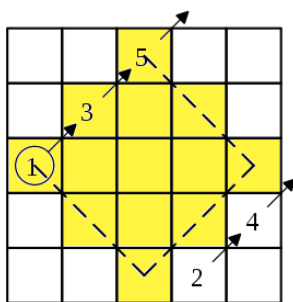
Appliquez cette méthode sur un carré d'ordre 5 en plaçant le 1 ailleurs que sur une case jaune. Que constatez-vous ?

Tâche 3

Appliquez cette méthode sur un carré d'ordre 4. Que constatez-vous ?

Algorithme 2 (méthode du losange)

Les nombres impairs sont inscrits de manière à former un losange (en jaune) au « centre » du carré, d'où le nom de la méthode publiée par **John Horton Conway** (1937-2020).



18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

1. Les nombres impairs 1, 3 et 5 sont inscrits selon une diagonale montante qui va de gauche à droite.
2. Les nombres pairs 2 et 4 sont ensuite inscrits pour compléter la diagonale brisée.
3. « Descendre » à la prochaine diagonale.
4. Recommencer avec les nombres suivants.

Le résultat final est un carré magique dont la constante magique est 65.

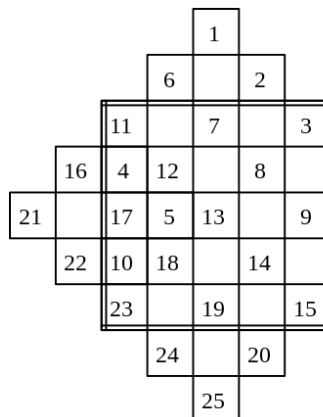
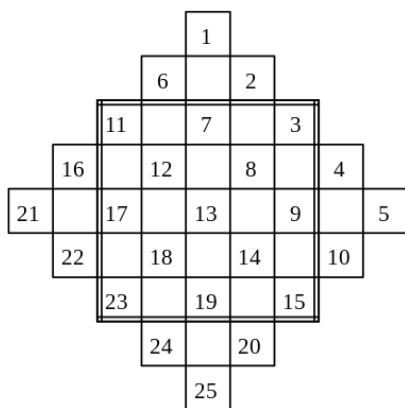
Tâche 4

Appliquez cette méthode sur un carré d'ordre 7.

Algorithme 3 (méthode du damier crénelé)

Cette méthode de construction a été publiée en 1612 par **Claude-Gaspard Bachet de Méziriac** (1581-1638) dans *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*. Elle se base sur un damier crénelé.

Par exemple, pour un carré magique de côté 5 :



11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Première étape de construction.

Chaque case qui se trouve en dehors du contour est « glissée » de 5 places en direction du centre. Une fois les déplacements effectués, le carré magique final est complet.

Tâche 5

Appliquez cette méthode sur un carré d'ordre 7.

Sources et références

- [1] Wikipédia, « Carré magique (mathématiques) », <[http://fr.wikipedia.org/wiki/Carré_magique_\(mathématiques\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Carré_magique_(mathématiques))>
- [2] Villemin Gérard, « Mathématiques des Carrés Magiques », <<http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgymm/CarreMag/aaaMaths/Construc.htm>>