



Des maths dans Hearthstone - Réponses

Première section : à propos des paquets

Voir aussi la page : « Des statistiques intéressantes concernant vos paquets Le Grand Tournoi » «

<http://hearthstone.judgehype.com/news/des-statistiques-interessantes-concernant-vos-paquets-le-grand-tournoi-143466/>

Exercice 1.1

- a) $5 \cdot 0.0007 \cdot 0.9993^4 = 0.35 \%$
- b) $C_2^5 0.0427^2 \cdot (1 - 0.0427)^3 = 0.016 = 1.6 \%$
- c) $C_2^5 0.0101^2 \cdot (1 - 0.0101)^3 = 0.00098 = 0.098 \%$

Exercice 1.2

La probabilité d'obtenir au moins une légendaire dans un paquet est de $1 - (1 - 0.0101)^5 = 0.0495 = 4.95 \%$;

la probabilité d'obtenir au moins une légendaire dans n paquets est de $1 - (1 - 0.0495)^n = 1 - 0.9505^n$;

on veut que $1 - 0.9505^n > 0.95$;

donc $n \cdot \ln(0.9505) < \ln(0.05)$ et $n > \frac{\ln(0.05)}{\ln(0.9505)} = 59.01$.

Il faudra donc ouvrir 60 paquets.

Exercice 1.3

- a) $(1 - 0.0101)^{325} = 0.0369 = 3.69 \%$
- b) $C_2^{325} 0.0101^2 \cdot (1 - 0.0101)^{323} + C_3^{325} 0.0101^3 \cdot (1 - 0.0101)^{322} + C_4^{325} 0.0101^4 \cdot (1 - 0.0101)^{321} = 0.607 = 60.7 \%$
- c) $p(1 \text{ légendaire}) = C_1^{325} 0.0101^1 \cdot (1 - 0.0101)^{324} = 0.122$ $p(5 \text{ légendaires}) = C_5^{325} 0.0101^5 \cdot (1 - 0.0101)^{320} = 0.12$
 $p(>5 \text{ légendaires}) = 1 - (0.0369 + 0.122 + 0.607 + 0.12) = 0.114 = 11.4 \%$



<https://www.youtube.com/watch?v=Y5bn1CFGwfa>

Deuxième section : à propos des parties

Exercice 2.1 Sir Finley Mrrgglton

$$a) \frac{C_1^1 \cdot C_2^7}{C_3^8} = \frac{3}{8}$$

$$b) \frac{C_1^2 \cdot C_2^6 + C_2^2 \cdot C_1^6}{C_3^8} = \frac{9}{14}$$

Exercice 2.2 Baston

$$a) \frac{C_1^3 \cdot C_0^2}{C_1^5} = \frac{3}{5}$$

- b) Si l'adversaire ne joue pas de serviteur, ce sera forcément un des miens qui survivra. S'il met 2 serviteurs, mes chances de survie ne sont plus que de 60 % (3/5). Si mes 3 serviteurs sont puissants, et les siens faibles, c'est bien joué.

Exercice 2.3 Tempête de foudre contre Client sinistre

Les deux Clients sinistres blessés seront de toute façon éliminés.

- a) Pour gérer les deux autres, il faut absolument qu'ils subissent chacun 3 points de dégâts. La probabilité est

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

- b) Il faut que les deux Clients sinistres indemnes subissent chacun seulement 2 points de dégâts. La probabilité

$$\text{est } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

- c) C'est impossible. La probabilité est nulle.

- d) Il faut que l'un des deux Clients sinistres indemnes subisse 2 points de dégâts, et l'autre 3. La probabilité est

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

- e) C'est impossible. La probabilité est nulle.

Exercice 2.4 Elekk du roi

$$\frac{2}{15} \cdot 0 + \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{17} + \frac{3}{15} \cdot \frac{8}{17} + \frac{4}{15} \cdot \frac{11}{17} + \frac{1}{15} \cdot \frac{14}{17} + \frac{1}{15} \cdot \frac{16}{17} + \frac{1}{15} \cdot 1 + \frac{1}{15} \cdot 1 = \frac{46}{85}$$

Exercice 2.5 Mulligan

Mulligan	Carte en 1 exemplaire dans le deck	Carte en 2 exemplaires dans le deck
n cartes	$\frac{C_{n-1}^{25}}{C_n^{26}}$	$\frac{C_{n-2}^{24} + 2C_{n-1}^{24}}{C_n^{26}}$ (pour $n > 1$)
4 cartes	15.4 %	28.9 %
3 cartes	11.5 %	22.1 %
2 cartes	7.7 %	15.1 %
1 carte	3.8 % (1/26)	7.7 % (1/13)

Exercice 2.6 Carte-clé

Nb cartes piochées	Dans le deck en 1 exemplaire	Dans le deck en 2 exemplaires
n	$\frac{n+3}{30}$	$\frac{2 C_{n-1}^{28} + C_{n-2}^{28}}{C_t^{30}}$
1	13.3 %	25.3 %
2	16.7 %	31 %
3	20 %	36.5 %
4	23.3 %	41.8 %
5	26.7 %	47 %
6	30 %	51.7 %
7	33.3 %	56.3 %
8	36.7 %	60.7 %
9	40 %	64.8 %
10	43.3 %	68.7 %
11	46.7 %	72.4 %
12	50 %	75.8 %
13	53.3 %	79 %
14	56.7 %	82 %
15	60 %	84.8 %
16	63.3 %	87.3 %
17	66.7 %	90 %
18	70 %	91.7 %
19	73.3 %	93.5 %
20	76.7 %	95 %
21	80 %	96.5 %
22	83.3 %	97.7 %
23	86.7 %	98.6 %
24	90 %	99.3 %
25	93.3 %	99.7 %
26	96.3 %	100 %
27	100 %	

Exercice 2.7 Early game (début de partie)

Nombre de cartes de 3 manas ou moins dans mon deck	Probabilité d'avoir au moins deux cartes de 3 manas ou moins dans ma main de départ.
n	$\frac{C_2^n C_2^{30-n} + C_3^n C_1^{30-n} + C_4^n C_0^{30-n}}{C_4^{30}}$
11	46.9 %
12	53.1 %
13	59.1 %
14	64.8 %
15	70.1 %
16	75.1 %
17	79.6 %

Exercice 2.8 Pistage

- a) $\frac{1}{5} = 20\%$
- b) $\frac{13}{455} \cong 2.85\%$
- c) $\frac{156}{455} \cong 34.28\%$
- d) $\frac{286}{455} \cong 62.85\%$

Exercice 2.9

$$\frac{16}{23} \cdot 0.3414 + \frac{6}{8} \cdot 0.0365 + \frac{7}{12} \cdot 0.0731 + \frac{9}{21} \cdot 0.0853 + \frac{2}{3} \cdot 0.0243 + \frac{6}{8} \cdot 0.1219 + \frac{8}{12} \cdot 0.1951 + \frac{7}{17} \cdot 0.0975 + \frac{3}{3} \cdot 0.0243 = 0.6462$$

Exercice 2.10 Le bombardier fou

Faire un arbre, car ce sont des épreuves successives.

- a) 0.3624
- b) 0.0461
- c) 0.2308
- d) 0.3499
- e) 0.0108

Exercice 2.11 Ragnaros

Il est impossible de répondre précisément, puisque l'on ne connaît pas le deck de *Crimson*. Il reste 15 cartes à *Crimson*.

La probabilité qu'il ait **Grommash** en main et au moins une carte de dégâts est de $\frac{C_1^1 \cdot C_1^2 \cdot C_1^{12} + C_1^1 \cdot C_2^2 \cdot C_0^{12}}{C_3^{15}} = \frac{25}{286} = 0.087$.

La probabilité de gagner de *Crimson* sera alors de $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{25}{286} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{25}{286} \cdot \frac{1}{5} = \frac{25}{4004} \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} \right) = 0.002$.

Exercice 2.12 Double Ragnaros

- a) Si *Torlk* détruit un serviteur, la probabilité de gagner ce tour sera de $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

S'il tape la tête, la probabilité de gagner ce tour sera de $1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$.

- b) Si *Torlk* détruit le serviteur le plus faible, la probabilité de gagner ce tour sera encore de $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

S'il tape la tête, la probabilité de gagner ce tour sera de $1 - \left(\left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{11}{18}$.

Exercice 2.13 Le Champion de Mogor

- a) 50%
- b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Exercice 2.14 Le Jongleur de couteaux

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
- b) $\frac{11}{18}$
- c) $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$
- d) $\left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{1}{512} = 0.19\%$

Exercice 2.15 C'Thun

Idée : on se ramène à un tirage de boules. De plus, cela simplifie les choses de voir que 2 serveurs avec 3 points de vie sont équivalents à un seul serveur avec 6 points de vie. Dans une urne, il y a 12 boules « Héros adverse », 6 boules « serveur ». On tire 17 boules parmi 18. Chaque boule représente 1 point de dégât subi.

- a) $\frac{C_{12}^{12} \cdot C_6^6}{C_{18}^{17}} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$
- b) $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (si on ne meurt pas, les deux serveurs sont tués)

Avec trois serveurs, il y a dans l'urne 12 boules « Héros adverse » et 9 boules « serveur ». On tire 17 boules parmi 21.

- c) $\frac{C_{12}^{12} \cdot C_9^9}{C_{21}^{17}} = \frac{126}{5985} = \frac{2}{95} = 0.021$
- d) $\frac{C_9^9 \cdot C_8^{12}}{C_{17}^{21}} = \frac{11}{133} = 0.0827$

Exercice 2.16 Le Jette-sorts

$5.6 + 21 + 23.8 + 21.5 + 11.2 = 83.1\%$ (facile... une fois que les statistiques ont été faites!)

Exercice 2.17 Combo

On supposera que le joueur est assez malin pour garder les cartes de la combo, en remarquant qu'il peut avoir certaines cartes à double (au pire les 5 cartes à double) dans sa main.

- a) $\frac{C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot C_8^{20} + 3 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot C_7^{20} + 3 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot C_6^{20} + C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_5^{20}}{C_{15}^{30}} = 0.014$
- b) $\frac{C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_1^2 \cdot C_{10}^{22} + 3 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_1^2 \cdot C_9^{22} + 3 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_8^{22} + C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_7^{22}}{C_{15}^{30}} = 0.085$
- c) $\frac{C_1^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_{11}^{24} + 2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_1^2 \cdot C_{10}^{24} + C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 \cdot C_9^{24}}{C_{15}^{30}} = 0.123$

Exercice 2.18 Volcanosaure

- a) $\left(\frac{7}{15}\right)^2 = \frac{49}{225}$
- b) $\frac{28}{45}$
- c) $\frac{4}{25}$

Exercice 2.19 Courroux vengeur

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5!}{2!3!}\left(\frac{1}{2}\right)^6 + \frac{6!}{3!3!}\left(\frac{1}{2}\right)^7 + \frac{7!}{4!3!}\left(\frac{1}{2}\right)^8 = 63.67\%$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5!}{2!3!}\left(\frac{1}{2}\right)^6 + \frac{6!}{3!3!}\left(\frac{1}{2}\right)^7 = 50\%$

Exercice 2.20 Hystérie collective

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{3}$

Exercice 2.21 Laquais titanesque

$$\frac{1}{13}$$