$$f(x) = (2x^2+2x-1)\,e^{-2x} = \frac{2x^2+2x-1}{e^{2x}}$$

1. $e^{2x} > 0 \quad \forall x \Rightarrow D = \mathbb{R}$

2. $f(-x) = (2(-x)^2+2(-x)-1)\,e^{-2(-x)} = (2x^2-2x-1)\,e^{2x} \neq f(x) \Rightarrow$ ~~paire~~

$-f(-x) = -(2x^2-2x-1)\,e^{2x} \neq f(x) \Rightarrow$ ~~impaire~~

3. $f(x)$ s'annule si $2x^2+2x-1=0$.

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2+4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2} = \frac{-2\pm\sqrt{12}}{4} = \frac{-1\pm\sqrt{3}}{2} \begin{cases} 0{,}366 \\ -1{,}366 \end{cases}$$

x		$-1{,}366$		$0{,}366$	
$2x^2+2x-1$	+	0	−	0	+
e^{-2x}	+	+	+	+	+
$f(x)$	+	0	−	0	+

← parabole ouverte vers le haut

4. Pas d'A.V. puisque $D = \mathbb{R}$

5. A.A. $\boxed{+\infty}$

tend "lentement" vers $+\infty$

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2+2x-1}{x\cdot e^{2x}} = \frac{\text{"grand"}}{\text{"très très grand"}} = 0$$

tend très vite vers $+\infty$

Si vous n'êtes pas convaincus, vous pouvez utiliser la règle de l'Hôpital.

$$h = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2+2x-1}{e^{2x}} = 0$$ même raison que pour m.

$\Rightarrow \underline{\underline{y=0}}$ (vers $+\infty$)

$\boxed{-\infty}$

tend très vite vers $+\infty$

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2+2x-1}{x\cdot e^{2x}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{(2x^2+2x-1)\cdot e^{-2x}}{x} = +\infty$$

tend vers 0

tend lentement vers $+\infty$

Comme $m \to +\infty$, il n'y a pas d'A.A. vers $-\infty$.

Cela arrive souvent avec les fonctions exponentielles.

dérivée de $-2x$

6. $f'(x) = (4x+2)e^{-2x} + (2x^2+2x-1)\cdot e^{-2x}\cdot(-2)$

$= e^{-2x}(-4x^2 \cancel{+4x} \cancel{-4x} + 2 + 2)$

$= \underbrace{-4e^{-2x}}_{<0}(x^2-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1 \quad x_2 = 1$

x		-1		1	
$-4e^{-2x}$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
x^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$-7{,}39$	$\nearrow$	$0{,}41$	$\searrow$

min max

$f(-1) = -e^2$

$f(1) = 3\cdot e^{-2}$

$e^{-2x} > 0 \ \forall x \Rightarrow -4\cdot e^{-2x} < 0 \ \forall x$

← parabole ouverte vers le haut

7. $f''(x) = 8\cdot e^{-2x}(x^2-1) - 4\cdot e^{-2x}\cdot 2x = 8e^{-2x}(x^2-1) - 8xe^{-2x} =$

$= \underbrace{8e^{-2x}}_{>0}(x^2-x-1) = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot 1} = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ → $1{,}618$; $-0{,}618$

(le nombre d'or)

x		$-0{,}618$		$1{,}618$	
$8e^{-2x}$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
x^2-x-1	$+$	0	$-$	0	$+$
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\cup$	$-5{,}07$	$\cap$	$0{,}29$	$\cup$

$f(-0{,}618)$ $f(1{,}618)$

← parabole ouverte vers le haut

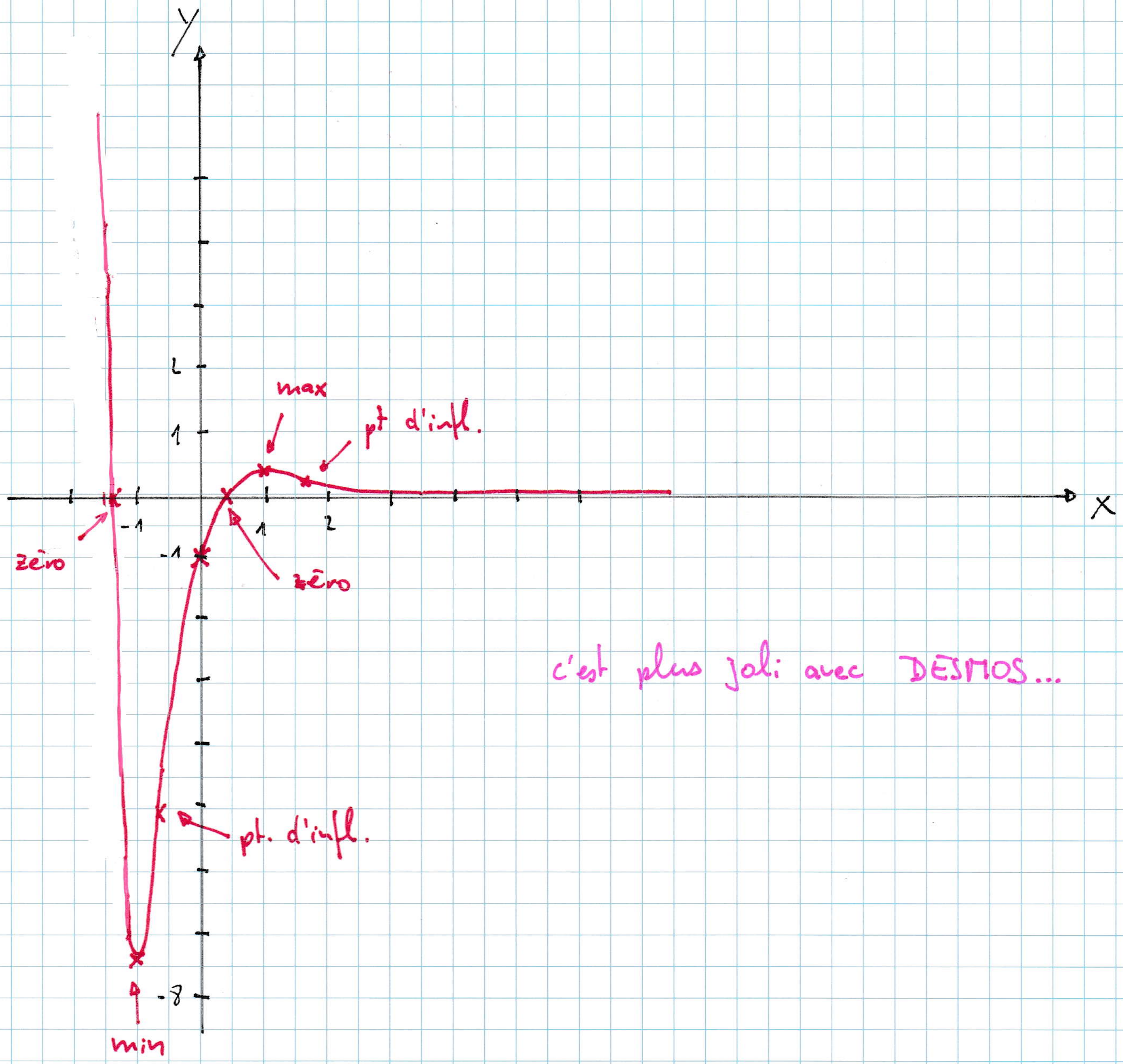
Pentes des points d'inflexion :

$f'(-0{,}618) = 8{,}51$

$f'(1{,}618) = -0{,}25$

2 points d'inflexion : $(-0{,}618\ ;\ -5{,}07)$

$(1{,}618\ ;\ 0{,}29)$



c'est plus joli avec DESMOS...