

$$f(x) = \frac{x(x-3)^2}{(x-2)^2}$$

1. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

2. D non symétrique \Rightarrow la fonction n'est ni paire, ni impaire

3. $x(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ et $x_2 = 3$

x		0		2		3	
x	-	0	+	/	+	+	+
$(x-3)^2$	+	+	+	/	+	0	+
$(x-2)^2$	+	+	+	/	+	+	+
f(x)	-	0	+	/	+	0	+

← valeurs trouvées en 1. et 3.

} facteurs de f

4. A.V en $x=2$, car $\frac{\neq 0}{= 0}$

5. $\boxed{+\infty}$ $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-3)^2}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$

$h = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x-3)^2}{(x-2)^2} - 1 \cdot x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x-3)^2 - x(x-2)^2}{(x-2)^2} =$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x^2 - 6x + 9 - x^2 + 4x - 4)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2 + 5x}{x^2 - 4x + 4} = -2$

\Rightarrow A.A: $y = x - 2$

$\boxed{-\infty}$ idem, les calculs sont les mêmes avec $-\infty$

6. $f'(x) = \frac{(1(x-3)^2 + x \cdot 2(x-3))(x-2)^2 - x(x-3)^2 \cdot 2(x-2)}{(x-2)^4}$

$= \frac{(x-3)((\overset{3x-3}{x-3+2x})(x-2) - x(x-3) \cdot 2)}{(x-2)^3} =$

$= \frac{(x-3)(3x^2 - 9x + 6 - 2x^2 + 6x)}{(x-2)^3} = \frac{(x-3)(x^2 - 3x + 6)}{(x-2)^3}$

mieux vaut ne pas développer avant de dériver. c'est un peu plus dur, mais ce sera plus facile à factoriser

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (x-3)(x^2-3x+6) = 0 \Rightarrow x=3$$

$$b^2-4ac = 9-24 < 0 \Rightarrow x^2-3x+6 > 0 \quad \forall x$$

x		2		3	
x-3	-	/	-	0	+
x ² -3x+6	+	/	+	+	+
(x-2) ³	-	/	+	+	+
f'(x)	+	/	-	0	+
f(x)	↗	/	↘	0	↗

• valeurs trouvées en 1 et 6.

} facteurs de f'

$$f(3) = 0$$

min

$$7. f''(x) = \frac{6(4-x)}{(x-2)^4} = 0 \Rightarrow x=4$$

x		2		4	
6(4-x)	+	/	+	0	-
(x-2) ⁴	+	/	+	+	+
f''(x)	+	/	+	0	-
f(x)	∪	/	∪	1	∩

• valeurs trouvées en 1 et 7.

} facteurs de f''

$$f(4) = \frac{4(4-3)^2}{(4-2)^2} = \frac{4}{4} = 1$$

