

$$f(x) = \frac{-3x+4}{2x+3}$$

1. Ensemble de définition

Division par 0 si $2x+3=0$, donc si $x = -\frac{3}{2}$.

$$\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\}.$$

cette valeur se retrouvera dans tous les tableaux de signes

2. Parité

En regardant D , on voit tout de suite que la fonction n'est ni paire, ni impaire. Il faudrait que D soit "symétrique".

3. Signe

$f(x) = 0$ si le numérateur égale 0. $\Rightarrow -3x+4=0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

Premier tableau de signes.

x	$< -\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$]-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}[$	$\frac{4}{3}$	$> \frac{4}{3}$
$-3x+4$	+	+	+	0	-
$2x+3$	-	0	+	+	+
$f(x)$	-	///	+	0	-

tableau 1

4. Asymptote verticale

A.V en $x = -\frac{3}{2}$, là où la fonction n'est pas définie.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2}}} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{3}{2} \\ x > -\frac{3}{2}}} f(x) = +\infty \quad (\text{voir tableau 1})$$

5. Asymptote affine : $y = mx + h$

$$\boxed{+\infty} \quad m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{2x^2+3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x}{2x^2} = \frac{-3}{\infty} = 0$$

$$h = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x}{2x} = -\frac{3}{2}$$

mêmes résultats vers $-\infty$

Il y a donc une asymptote affine d'équation $y = -\frac{3}{2}$ (horizontale)

6. Croissance et points critiques

$$f'(x) = \frac{-3(2x+3) - (-3x+4) \cdot 2}{(2x+3)^2} = \frac{-6x-9+6x-8}{(2x+3)^2} = \frac{-17}{(2x+3)^2}$$

$f'(x)$ ne s'annule jamais, puisque le numérateur = -17

x		$-\frac{3}{2}$	
$f'(x)$	-	/ / /	-
$f(x)$	↘	/ / /	↘

Tableau 2

7. Concavité

$$f''(x) = \frac{34}{(2x+3)^3} \cdot 2 = \frac{68}{(2x+3)^3} \text{ ne s'annule jamais}$$

x		$-\frac{3}{2}$	
$f''(x)$	-	/ / /	+
$f(x)$	∩	/ / /	∪

Tableau 3

8. Dessin

