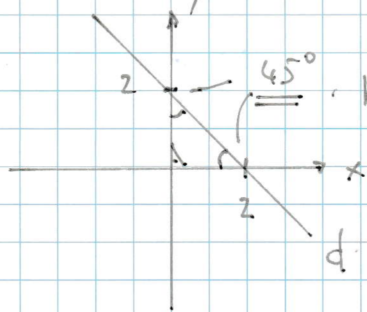
Exercice 4.15

$d: \ y = -x+2 \quad \Rightarrow m_1 = -1$

a. $g: \ y = -4x-1 \quad \Rightarrow m_2 = -4$

$$\tan(\alpha) = \left| \frac{-4+1}{1+(-1)(-4)} \right| = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{3}{5}\right) \cong \underline{\underline{30{,}96°}}$$

b. Ici, la formule ne s'applique pas telle quelle, puisque l'axe des ordonnées est une droite verticale, donc avec une pente infinie. On s'en sort avec un dessin :



$\underline{\underline{45°}}$, puisque la pente de la droite est -1.

Exercice 4.16

$g: \ 5x+4y-20=0 \quad \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x+5 \quad \Rightarrow m_g = -\frac{5}{4}$ — pente de la droite g

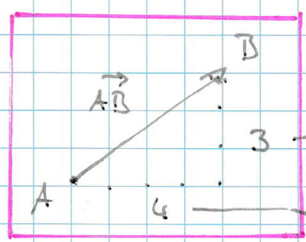
$$m_f \cdot m_g = -1 \Rightarrow m_f = -\frac{1}{m_g} = \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow d: \ y = \frac{4}{5}x + h$. On introduit le point A dans cette équation pour trouver h.

$$-3 = \frac{4}{5}\cdot(-5)+h \Rightarrow h = 1$$

$$d: \ \underline{\underline{y = \frac{4}{5}x+1}}$$

Exercice 4.17



Milieu de AB : $\left(\frac{3+7}{2} ; \frac{-2+1}{2}\right) = \left(5 ; -\frac{1}{2}\right)$

$$\vec{AB} = \underset{B}{\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}} - \underset{A}{\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{pente de la droite (AB)} : m = \frac{3}{4} \begin{matrix} \leftarrow \Delta y \\ \leftarrow \Delta x \end{matrix}$$

pente de la médiatrice

$m \cdot m_{méd} = -1 \Rightarrow m_{méd} = -\frac{4}{3}$

$\Rightarrow$ médiatrice : $y = -\frac{4}{3}x + h$. On introduit $\left(5 ; -\frac{1}{2}\right)$

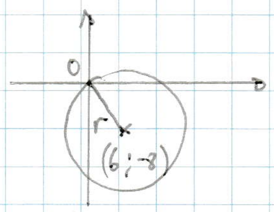
$-\frac{1}{2} = -\frac{4}{3} \cdot 5 + h \Rightarrow h = -\frac{1}{2} + \frac{20}{3} = \frac{-3+40}{6} = \frac{37}{6}$

$\Rightarrow \underline{\underline{y = -\frac{4}{3}x + \frac{37}{6}}}$

Exercice 4.18

a. $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 3^2 \Rightarrow \underline{\underline{x^2+y^2=9}}$ EZ...

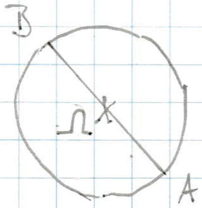
b.



$r = \left\| \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{36+64} = 10$

$\Rightarrow \underline{\underline{(x-6)^2 + (y+8)^2 = 100}}$

c.

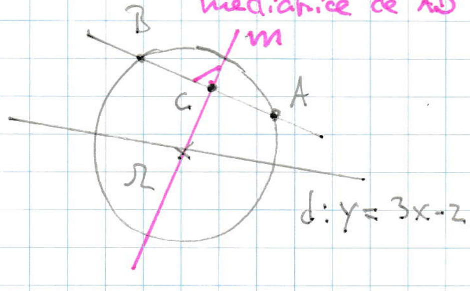


centre : milieu de AB : $\left(\frac{3-1}{2} ; \frac{2+6}{2}\right) = (1;4)$

rayon : $\frac{1}{2}\|\vec{AB}\| = \frac{1}{2}\left\|\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{16+16} = \frac{\sqrt{32}}{2}$

$\Rightarrow \underline{\underline{(x-1)^2 + (y-4)^2 = 8}}$

d.



Démarche

1. Trouver l'équation de la médiatrice de AB
2. $\Omega = d \cap m$
3. $r = \|\vec{\Omega A}\|$ ou $r = \|\vec{\Omega B}\|$ (au choix)

1. $C\left(\frac{3-1}{2} ; \frac{1+3}{2}\right) = C(1;2)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$ pente $= \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ pente de la médiatrice $= -\frac{1}{-\frac{1}{2}} = 2$

m: $y = 2x + h$. on introduit C

$2 = 2 \cdot 1 + h \Rightarrow h = 0$

$\Rightarrow$ m: $y = 2x$

2. $d \cap m$:

$3x - 2 = 2x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow \Omega(2;4)$

3. $r = \|\overrightarrow{\Omega A}\| = \left\|\begin{pmatrix} 3-2 \\ 1-4 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$

Exercice 4.19

Il faut partir de là : $x^2 + y^2 \underbrace{-2x_0}_{a} x \underbrace{-2y_0}_{b} y + \underbrace{x_0^2 + y_0^2 - r^2}_{c} = 0$

a. $x^2 + y^2 + 6x - 16 = 0$

$\left.\begin{array}{l} -2x_0 = 6 \Rightarrow x_0 = -3 \\ -2y_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega(-3;0)$

$x_0^2 + y_0^2 - r^2 = -16 \Rightarrow 9 + 0^2 - r^2 = -16 \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$

b. $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$

$\left.\begin{array}{l} -2x_0 = 6 \Rightarrow x_0 = -3 \\ -2y_0 = -8 \Rightarrow y_0 = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega(-3,4)$

$x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 16 \Rightarrow 9 + 16 - r^2 = 16 \Rightarrow r = 3$

c. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$

$-2x_0 = -2 \Rightarrow x_0 = 1$

$-2y_0 = 4 \Rightarrow y_0 = -2$

$x_0^2 + y_0^2 - r^2 = 14 \Rightarrow 1 + 5 - r^2 = 14 \Rightarrow r^2 = -8$

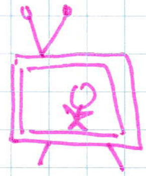
impossible : ce n'est pas un cercle

d. $2x^2 + 2y^2 - 9x + 4y - 8 = 0$

$x^2 + y^2 - \frac{9}{2}x + 2y - 4 = 0$

$\left.\begin{array}{l} -2x_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{9}{4} \\ -2y_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega\left(\frac{9}{4};-1\right)$

$x_0^2 + y_0^2 - r^2 = -8 \Rightarrow \frac{81}{16} + 1 - r^2 = -8 \Rightarrow r^2 = \frac{225}{16} \Rightarrow r = \frac{15}{4}$



Exercice 4.20

$d: 4x - 3y + 15 = 0$ $\quad$ $T \in d$ ✓

$3y = 4x + 15$

$y = \frac{4}{3}x + 5$

g : perpendiculaire à d passant par T.

$m_g = -\frac{1}{\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$

$\Rightarrow g: \ y = -\frac{3}{4}x + h$ $\quad$ on introduit le point $T(0;5)$

$5 = -\frac{3}{4} \cdot 0 + h \Rightarrow h = 5$

$\Rightarrow g: \ y = -\frac{3}{4}x + 5$

méd. : médiatrice du segment AT.

milieu de AT : $M\left(\frac{0+4}{2}; \frac{5+7}{2}\right) = M(2;6)$

$\vec{AT} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

pente de AT : $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

pente de la médiatrice : $m_{méd} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$

$\Rightarrow$ méd : $y = -2x + h$ $\quad$ on introduit le point $M(2;6)$

$6 = -2 \cdot 2 + h \Rightarrow h = 10$

$\Rightarrow$ méd. : $y = -2x + 10$

Intersection de g et méd

$-\frac{3}{4}x + 5 = -2x + 10$

$\frac{5}{4}x = 5 \Rightarrow x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = -2 \cdot 4 + 10 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{\Omega(4;2)}}$

$r = \|\vec{\Omega A}\| = \left\|\begin{pmatrix} 4-4 \\ 7-2 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{0^2 + 5^2} = \underline{\underline{5}}$

$\underline{\underline{(x-4)^2 + (y-2)^2 = 25}}$