

# Solutions des exercices

## Chapitre 1

- 1.1. a. -1    b. 3    c. n'existe pas    d. 2
- 1.2. 1. -2    2. -1    3. 2  
 4. 4    5. 0    6. n'existe pas  
 7. 0    8.  $+\infty$     9.  $+\infty$   
 10.  $-\infty$     11. 1/6    12. n'existe pas  
 13.  $\frac{1}{2}$     14.  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$     15. 3  
 16. 2    17. 2    18.  $\frac{2}{3}$   
 19. 1    20. 1    21.  $+\infty$   
 22. 1    23. n'existe pas    24. n'existe pas

- 1.3. 1. 2/3    2. 0    3.  $-\infty$   
 4.  $+\infty$     5. 1    6. 1/2  
 7. 1/2    8. -2    9. 1  
 10. 0    11.  $-\infty$

- 1.4. 1. e    2.  $e^3$     3.  $e^2$   
 4. 1/e    5.  $e^{-4}$     6. 1/e  
 7.  $e^4$     8.  $e^3$

## Chapitre 2

- 2.3. a.  $f$  pas définie en -1    b.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq f(-1)$   
 c. continue en  $x = 4$     d.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) \neq f(2)$

- 2.4. voir § 2.3.  
 a.  $D = \{x \mid x \neq -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$     b.  $D = [-5; 5]$   
 c.  $D = \mathbb{R}$     d.  $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$   
 e.  $D = ]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$     f.  $D = \{x \mid x \geq 0\}$

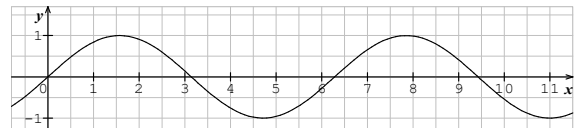
- 2.5. oui

- 2.6. environ 0.36

## Chapitre 3

- 3.1. a.  $x = -1, 1, 2, 3$     b.  $x \cong -0.3, 1.45, 2.6$   
 c.  $x \cong -0.1, 1, 2.8$     d.  $x \cong -0.8$   
 e.  $x \cong -0.4, 1.75, 2.4$

- 3.2. La dérivée est négative, car la pente de la tangente en  $3\pi$  est négative.



- 3.3. Calculons d'abord la pente de la sécante  $AB$  :

$$\text{pente} = \tan(\alpha) = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{(1+\Delta x)^2 - 1}{\Delta x} = \frac{2\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = 2 + \Delta x$$

Si  $B$  tend vers  $A$ ,  $\Delta x$  tend vers 0 et la pente de la sécante tend vers 2. La pente de la *tangente* au point  $A$  est donc :

$$\lim_{B \rightarrow A} (\text{pente de la sécante } AB) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2 + \Delta x) = 2$$

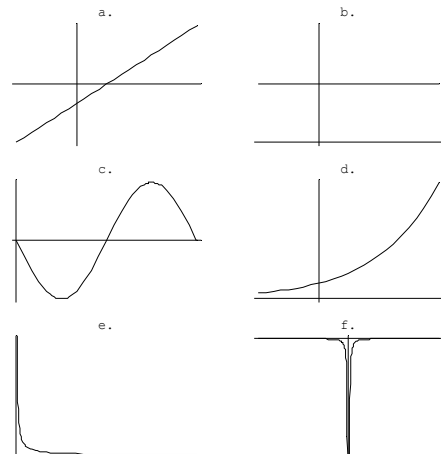
La pente en  $D$  est de  $-4$ .

- 3.4. a. 6.77259    b. -1    c. 6.599814

- 3.5.  $-\frac{1}{9}$  m/s

- 3.6. a.  $3x^2$     b.  $-\frac{1}{x^2}$     c.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$     d.  $6t + 5$

- 3.7.



- 3.9.** a. Le taux instantané de variation du nombre de bactéries après 5 heures, exprimé en nombre de bactéries par heure.  
 b.  $f'(10) > f'(5)$  car  $f(t)$  est une fonction exponentielle.

**3.12. b.**  $2\cos(2x)$

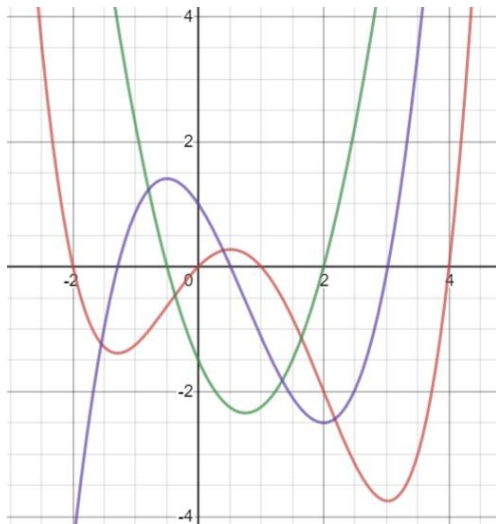
**3.13. a.**  $v_{\text{moyenne}} = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{\ell(t+\Delta t) - \ell(t)}{\Delta t} =$

$$\frac{\frac{g}{2}(t+\Delta t)^2 - \frac{g}{2}t^2}{\Delta t} = \frac{g}{2} \frac{t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2 - t^2}{\Delta t}$$

$$= \frac{g}{2}(2t + \Delta t) = gt + \frac{g}{2}\Delta t$$

**b.**  $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (gt + \frac{g}{2}\Delta t) = gt$

- 3.14.** La dérivée seconde est négative si  $1/2 < x < 2$  :  $f$  est concave dans cet intervalle. Les points d'inflexion sont en  $x = 1/2$  et  $x = 2$ .



En rouge :  $f$ . En violet :  $f'$ . En vert :  $f''$ .

- 3.15.** Voir le corrigé complet sur la page consacrée à ce chapitre.

- 3.16. a.** III et IV      **b.** II      **c.** IV  
**d.** III et IV      **e.** I      **f.** II

- 3.17. a.**  $-2.25, -0.5, 2$   
**b.**  $0, 1.55$

- 3.19. a.** 6      **b.**  $1/4$       **c.**  $-1/4$       **d.** 6

- 3.20. 1.** 1      **2.** 2      **3.**  $-3$   
**4.**  $a$       **5.**  $2x$       **6.**  $8x - 5$   
**7.**  $6x^2 + 2$       **8.**  $2ax + b$       **9.**  $12x^3 + 4x$   
**10.**  $3ax^2 + 2bx + c$       **11.**  $2x + 2$       **12.** 0  
**13.**  $2acx + ad + bc$       **14.**  $-\frac{a}{x^2}$       **15.**  $\frac{-6}{(x-1)^2}$   
**16.**  $-\frac{x+9}{(x-1)^3}$       **17.**  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$       **18.**  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$   
**19.**  $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$       **20.**  $\frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$

**3.21.**

- 1.**  $\frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x-1}}$       **2.**  $\frac{2}{3\sqrt[3]{x-1}}$   
**3.**  $\frac{5x^2+2x}{\sqrt{2x+1}}$       **4.**  $\sqrt{2x-1}$   
**5.**  $\frac{1}{2}(5x+4)\sqrt{4-x}$       **6.**  $5(2x+5)(x^2+5x-1)^4$   
**7.**  $(30x^2-26x-3)(2x-3)^2$       **8.**  $3(2x^2-x-1)^2(4x-1)$   
**9.**  $x(5x+4)(x+2)^2$       **10.**  $\cos(x) - \sin(x)$   
**11.**  $\tan^2(x)$       **12.**  $2\cos(2x-1)$   
**13.**  $20\sin^4(4x)\cos(4x)$       **14.**  $\frac{\cos(x)}{2\sqrt{\sin(x)}}$   
**15.**  $\frac{-3}{2\sqrt{x}}\sin(\sqrt{x})\cos^2(\sqrt{x})$       **16.**  $-\frac{2}{\sin^2(2x)}$   
**17.**  $2e^{2x}$       **18.**  $ae^{ax+b}$   
**19.**  $\cos(x)e^{\sin(x)}$       **20.**  $(\sin x + \cos x)e^x$   
**21.**  $2(2\cos(2x) - \sin(2x))e^{4x}$       **22.**  $\frac{1}{x}$   
**23.**  $4\cot(4x)$       **24.**  $\frac{1}{x \ln(x)}$   
**25.**  $\frac{1}{x \ln(10)}$       **26.**  $\frac{2(3x-1)}{3\sqrt[3]{(3x^2-2x-1)^2}}$   
**27.**  $\frac{2+\tan^2(x)}{2\sqrt{x+\tan(x)}}$       **28.**  $-\frac{3}{2}\frac{\sin(3x)}{\sqrt{\cos(3x)}}$   
**29.**  $\frac{2x+1}{2(1+x)\sqrt{1+x}}$       **30.**  $\frac{\sqrt{x+3}(x^2+6x-9)}{2(x+3)^2\sqrt{x^2+9}}$   
**31.**  $\frac{-1}{x^2-4x+5}$       **32.** 0  
**33.**  $\frac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$       **34.**  $\frac{4x\sqrt{1+x}+1}{4\sqrt{1+x}\sqrt{x^2+1}+x}$   
**35.** 0      **36.**  $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$   
**37.**  $2ex^{2e-1}$       **38.**  $10^x \ln(10)$   
**39.**  $(1+\ln(x))x^x$

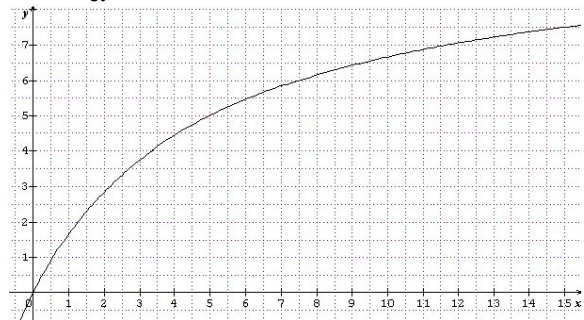
- 3.22. a. 1      b. 0      c. 0
- 3.23. a. 4      b. 1      c.  $\frac{1}{2}$
- d.  $\frac{2}{\pi}$       e.  $\frac{1}{e}$       f.  $\frac{m}{n} a^{m-n}$
- g.  $\frac{1}{2}$       h.  $\frac{a-b}{a+b}$       i.  $+\infty$
- j. n'existe pas

### Chapitre 4

- 4.1. a.  $y = 4x - 3$       b.  $y = \frac{1}{4}x + 1$       c.  $y = 13x - 2$
- 4.2. a.  $y = -2x - 5$  et  $y = \frac{6}{5}x - \frac{9}{5}$
- b.  $y = 2ex - 4$       c.  $y = ex$
- 4.3. a. oui      b.  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
- 4.4.  $f(x) = \begin{cases} -3x - \frac{1}{2} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^2}{2} - 2x & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ x - \frac{9}{2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$
- 4.5. b.  $y = 2ax - a^2$       c.  $y = \frac{-1}{b^2}x + \frac{2}{b}$       d.  $y = -4x - 4$
- 4.6. a. 0 ;  $8.13^\circ$       b.  $30.96^\circ$       c.  $70.53^\circ$
- 4.7. b. 1
- 4.8. a.  $12 \text{ cm}^3/\text{min}$       b.  $\frac{1}{16\pi} \text{ cm}^3/\text{min}$       c.  $\frac{3}{20\pi} \text{ cm}^3/\text{min}$
- 4.9. environ  $6.05^\circ/\text{s}$
- 4.10.  $-8/3 \text{ m/s}$
- 4.11. le carré de côté  $\frac{p}{2}$  et d'aire  $\frac{p^2}{4}$
- 4.12. largeur = 4.618, hauteur = 10.666
- 4.13. base carrée de côté  $\frac{2a}{3}$ , hauteur  $\frac{a}{6}$
- 4.14.  $75 \text{ dm}^2$
- 4.15. hauteur = diamètre =  $\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \text{ dm}$
- 4.16.  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
- 4.17.  $PB = 3 \text{ km}$
- 4.18. a. ne faire que le carré
- b.  $l = \frac{9L}{9+4\sqrt{3}}$  pour le triangle
- 4.19.  $h = \sqrt{2}$
- 4.20.  $\sqrt{2}$
- 4.21. 0.81944

### Chapitre 5

- 5.2. a. 2 m      d. 10 m
- c.



### Chapitre 6

- 6.1.  $D = [a; b]$

### Chapitre 7

- 7.2. a.  $\ln|\sin x| + C$       b.  $\frac{x^5}{12} + C$
- c.  $-\frac{7}{3}\cos(3x) + C$       d.  $\frac{5}{2}\sin(2x) - \frac{e^{5x}}{5} + 9x + C$
- e.  $-2\ln|\cos(x)| + C$       f.  $\frac{3^x}{\ln|3|} + C$
- g.  $\frac{2}{7}\sqrt{x(x^3+7)} + C$
- 7.3. a.  $\frac{1}{24}(x^2+1)^{24} + C$       b.  $-\frac{1}{4}\cos^4(x) + C$
- c.  $-2\cos(\sqrt{x}) + C$       d.  $\frac{3}{4}\sqrt{4x^2+5} + C$
- 7.4. a.  $-\frac{1}{8}(2-x^2)^4 + C$       b.  $\frac{1}{8}\sin(8x) + C$
- c.  $\frac{1}{21}(7t^2+12)^{\frac{3}{2}} + C$       d.  $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + C$
- e.  $-\frac{1}{16}(4x^2+1)^{-2} + C$       f.  $\frac{1}{5}\cos\left(\frac{5}{x}\right) + C$
- g.  $\frac{1}{3}\tan(x^3) + C$       h.  $\frac{1}{18}\sin^6(3\alpha) + C$
- i.  $-\frac{1}{3}\tan(\cos(3\theta)) + C$       j.  $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$
- k.  $\frac{1}{2}\ln^2|x| + C$       l.  $\frac{2}{9}(x^3+2)^{\frac{3}{2}} + C$
- m.  $-\frac{1}{2}(1-2x^2)^{\frac{3}{2}} + C$       n.  $\frac{8}{3}\ln|x^3+2| + C$
- o.  $\frac{1}{4\cos(4x)} + C$       p.  $x + \ln|x+1| + C$
- q.  $\sin(\theta) - \frac{\sin^3(\theta)}{3} + C$

- 7.5.** a.  $x \cdot \sin(x) + \cos(x) + C$     b.  $e^{-x}(-1-x) + C$   
 c.  $\frac{x^4}{4} \left( \ln|4x| - \frac{1}{4} \right) + C$   
 d.  $\frac{2}{3}(x-2)\sqrt{x+1} + C$   
 e.  $\frac{2}{3} \left( \frac{1}{3} \sin(3x) - x \cos(3x) \right) + C$   
 f.  $\frac{1}{2} \ln^2|x| + C$                       g.  $e^{t(t^2-2t+2)} + C$   
 h.  $-x^2 \cos(x) + 2x \sin(x) + 2 \cos(x) + C$   
 i.  $e^x(x^2 - x + 2) + C$   
 j.  $-\frac{1}{2} e^{-x}(\cos(x) + \sin(x)) + C$

- 7.6.** a.  $\arctan(\sin(x)) + C$   
 b.  $\frac{x^2}{2} \left( \ln|x| - \frac{1}{2} \right) + C$   
 c.  $x(\ln^2|x| - 2\ln|x| + 2) + C$   
 d.  $\frac{1-2x}{2(x-1)^2} + C$   
 e.  $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-4}{x+4} \right| + C$   
 f.  $\ln \left| \tan \left( \frac{x}{2} \right) \right| + C$   
 g.  $-\ln|\cos(x)| + C$   
 h.  $\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{3 \sin^3(x)} + C$

- 8.6.** a. 3  
 b. 1 et 3  
 c. La hauteur du rectangle est 3

**8.7.** env. 13.84 °C

- 8.8.** a. 64/3                                      b. 9  
 c. 9    d. 5/3  
 e. 9/2    f. 5/2  
 g. 1

- 8.9.** a. cylindre :  $64\pi$                       b. cône :  $24\pi$   
 c. cône tronqué :  $21\pi$                       d. sphère :  $\frac{4}{3}\pi R^3$   
 e. parabolöide :  $8\pi$                           f.  $\frac{32}{5}\pi$   
 g.  $\frac{3}{5}\pi$     h.  $8\pi$

- 8.10.** a.  $s(t) = \frac{t^4}{4} - \frac{2}{3}t^3 + t + 1$                       b.  $s(t) = 2t^2 + t$   
 c.  $s(t) = -\cos(2t) - t - 2$                       d.  $s = \frac{2}{\pi}$  ;  $v=1$  ;  $a=0$   
 e. 2/3; 3    f. -10/3; 17/3  
 g. 204/25 ; 204/25  
 h.  $v(t) = -g \cdot t + v_0$  ;  $s(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \cdot t + s_0$

- 8.12.** a. 1    b. diverge                                      c.  $\ln(5/3)$   
 d. 1/2    e. -1/4    f. 1/3  
 g. 0    h. 0    i. diverge  
 j. diverge    k.  $\ln(1/2)$                                       l. 2

**8.13.**  $V = \pi$

---

## Chapitre 8

- 8.1.** a. 20.1762                                      b. 19.0553  
 c. 19.5621    d. 19.6157

- 8.3.** a. 65/4    b. 81/10    c. 22/3  
 d. 2/3    e. -1/3    f. 52/3  
 g. 844/5    h. -55/3    i.  $\sqrt{2}$   
 j.  $\frac{\pi^2}{9} + 2\sqrt{3}$     k. 0.868    l.  $-2\pi$

- 8.4.** a. 12    b. 1/6    c.  $\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3}$   
 d. 37/12

- 8.5.** a. 5/2    b.  $2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

---

## Chapitre 9

- 9.1.** a.  $xy' = y$     b.  $y' = y$   
 c.  $y'' + y = 0$     d.  $xy'' - y' = 0$   
 e.  $y''' = 0$

- 9.2.** a.  $y = \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$     b.  $y = \alpha - x^2$   
 c.  $y = \frac{1}{2} \sin^2(x) + \alpha$     d.  $y = \arctan(x) + \alpha$   
 e.  $y = \sqrt{1+x^2} + \alpha$     f.  $y = x - \ln(x+1)^2 + \alpha$

- 9.3. a.  $y = \alpha \sin(x)$       b.  $y = \frac{1}{\ln|\alpha(x+1)|}$   
 c.  $y = \alpha x^k$       d.  $y = \sin(x^2 + \alpha)$   
 e.  $y = 3 + \alpha e^{\frac{1}{x}}$       f.  $y = \pm \sqrt{x^2 + \alpha}$   
 g.  $y = \ln\left|\alpha + \frac{1}{2}x^2\right|$       h.  $y = \ln\left|\frac{1}{\alpha - x}\right|$
- 9.4. a.  $y = \frac{x^2 + \alpha}{2x}$       b.  $y = x \sqrt[3]{\ln|\alpha x^3|}$   
 c.  $y = x \cdot \ln\left|\frac{\alpha}{x}\right|$       d.  $x = \pm y \sqrt{-2 \ln|\alpha y|}$
- 9.5. a.  $y = -2\cos^2(x) + \alpha \cos(x)$   
 b.  $y = 1 + \alpha e^{\frac{1}{x}}$   
 c.  $y = -x^2 - 2 + \alpha e^{x/2}$   
 d.  $y = \alpha \sin(x) - \frac{1}{2\sin(x)}$   
 e.  $y = (x + \alpha)(x + 1)^2$   
 f.  $y = \alpha x - \ln(x) - 1$
- 9.6. a.  $2x^2 + x - 1$       b.  $y = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$   
 c.  $y = \frac{x \sin(x) + \cos(x)}{x}$       d.  $y = x e^{-x}$   
 e.  $y = 2e^x - 3x - 5$       f.  $y = \frac{4 - x^2}{x^3}$
- 9.7. a.  $y = \frac{-3}{2\sqrt{x+1}}$       b.  $y = -\ln\left(3 - \frac{x^2}{2}\right)$
- 9.8. a.  $y = 200 - 175e^{-t/25}$   
 b. 136 lb
- 9.9. 25 lb
- 9.10. a.  $h(t) = (2 - 0.003979t)^2$   
 b. environ 8.4 min
- 9.11. 8.7 milliards
- 9.12. a.  $y = 10000e^{0.01t}$   
 b. 10'513  
 c. environ 150 heures

**BREF**, j'étais en train de regarder quelle émission je pouvais illustrer pour PodcastScience...  
 J'ai vu que le 22 février, Nicotupe, un auditeur mathéux qui en avait marre qu'on raconte n'importe quoi sur les maths parlait de maths. Autrement dit :



Super mathéux au secours de PodcastScience!

J'me suis dit que ça serait cool de faire un dessin pour son dossier. J'ai regardé le sujet : La notion d'infini en mathématiques

J'ai pensé à la note que je m'étais tapée au bac : J'ai revu mes ambitions à la baisse!

J'me suis rabattue sur ce qui me semblait de mon niveau. Du genre : Expliquer un blague de math! Je suis allée sur le forum futurascience et j'en ai piochée une au hasard...



Je l'ai pas compris! J'en ai essayé une autre...  
 Je l'ai pas compris! J'en ai essayé une autre...  
 Je l'ai pas comprise!... mais elle avait l'air d'avoir du succès

C'était l'histoire d'un malheureux sinus tout seul au milieu d'une soirée de cosinus. Au bout d'un moment l'un d'entre eux venait le voir et lui disait « Reste pas tout seul ! Intègre-toi ! »



J'ai cherché une heure sur internet en quoi cette chute était marrante et j'ai découvert que l'intégrale de sinus valait cosinus.

J'ai commencé à réfléchir à une explication simple. **Elémentaire mon cher Watson!**



J'ai cherché ce qu'était un sinus. J'ai vu qu'il s'agissait de fonctions trigonométriques

J'ai cherché ce qu'était une fonction trigonométrique...



J'en ai conclu qu'il s'agissait d'une sorte de machine dans laquelle on fourre un angle et par laquelle il ressort une valeur.

Je me suis demandée comment le fait d'intégrer la machine sinus pouvait la faire devenir cosinus...



J'ai cherché ce qu'était une intégrale... J'ai pas compris!



**Bref** J'ai essayé d'expliquer une blague de math...

**Psst ! Avez-vous vu les deux erreurs dans ce strip ?**