

**TECHNIQUES INFORMATIQUES EFFICACES
POUR LA SIMULATION DE MILIEUX GRANULAIRES
PAR DES MÉTHODES D'ÉLÉMENTS DISTINCTS**

THÈSE N° 1545 (1996)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

DIDIER MÜLLER

Ingénieur informaticien diplômé EPF
originaire de Courgenay (JU)

composition du jury:

Prof. Ch. Stuart, président
Prof. Th. M. Liebling, rapporteur
Prof. F. Descoedres, corapporteur
Dr C. Hogue, corapporteuse
Dr H. Telley, corapporteur

Lausanne, EPFL

Juillet 1996

À mes parents

Nul ne peut gagner le combat contre le sable.

Proverbe africain

*[...] mais cet effort consenti pour comprendre
l'Univers est l'une des rares choses qui élèvent
la vie humaine au-dessus de la farce en lui
conférant un peu de dignité dans la tragédie.*

Steven Weinberg

Table des matières

Avant-propos	i
Remerciements	i
Conventions pour les références bibliographiques	ii
Résumé	iii
Abstract	iv
Introduction	1
Les milieux granulaires	1
Démarche.	3
Contribution de cette thèse	3
Organisation de ce rapport	4
1. État de l'art	5
1.1. Modélisation et simulation	5
1.2. Les automates cellulaires.	7
1.3. L'approche newtonienne.	8
1.3.1. L'école des corps déformables	8
1.3.2. L'école des corps indéformables	8
1.4. L'approche dédiée.	9
1.5. L'approche mixte	10
1.6. La notion de voisinage	11
1.6.1. Quadrillage fixe de l'espace	11
1.6.2. Quadrillage adaptatif de l'espace	12
1.6.3. Tri	13
1.6.4. Technique du halo	13
1.7. La méthode des éléments distincts dans la littérature.	14
1.8. Les logiciels newtoniens existants	15
1.9. Conclusion	18
2. Les automates cellulaires	19
2.1. Introduction	19
2.2. Un automate stochastique unidimensionnel.	20
2.3. Un automate stochastique bidimensionnel	24
2.4. Conclusion	28

3. Les modèles newtoniens	29
3.1. Introduction	29
3.2. L'école des corps indéformables	29
3.2.1. Coefficient de restitution	30
3.2.2. Coefficient de friction.	31
3.2.3. Équations du mouvement	32
3.2.4. Calcul de l'impulsion	34
3.2.4.1. Méthode de Poisson	35
3.2.4.2. Théorie de Stronge	36
3.2.5. Immobilisation et remise en mouvement des grains	37
3.2.6. Conclusion	38
3.3. Le modèle de Cundall 2D	38
3.3.1. Suppositions et notations	38
3.3.2. Détermination des forces au point de contact	41
3.3.3. Mouvement des grains	42
3.3.4. Choix des paramètres	44
3.4. Le modèle de Cundall 3D	45
3.5. Comparaisons entre les deux écoles	46
4. Grains modélisés par des disques indéformables	49
4.1. Introduction	49
4.2. Triangulations statiques	50
4.2.1. Préliminaires géométriques, définitions et notations	50
4.2.2. Considérations générales sur la triangulation de Delaunay pondérée.	51
4.2.3. Triangulation de gauche à droite	51
4.2.4. Transformation d'une triangulation initiale en triangulation de Delaunay	52
4.2.5. Transformation d'une triangulation initiale en triangulation de Delaunay pondérée.	54
4.3. Mise en mouvement des disques	56
4.3.1. Maintien continu de la triangulation de Delaunay pondérée.	57
4.3.2. Positions et vitesses initiales virtuelles	58
4.3.3. Rebond contre un mur	59
4.3.4. Choc entre deux disques	59
4.4. Aspects informatiques	60
4.4.1. Exemple de parcours	62
4.4.2. Problèmes dus à la précision de l'ordinateur	63
4.4.2.1. Problèmes dus à des vitesses trop faibles	64
4.4.2.2. Simplification des polynômes.	65

TABLE DES MATIÈRES

4.4.2.3. Chevauchement	65
4.4.2.4. Cas désespéré	65
4.5. Temps de calcul	65
4.6. Maintien discontinu de la triangulation	67
4.6.1. Le défi.	68
4.7. Applications.	69
4.7.1. Convection dans les milieux granulaires soumis à des vibrations.	69
4.7.1.1. Effets d'oscillations verticales.	70
4.7.1.2. Influence de la friction	75
4.7.1.3. Oscillations verticales et horizontales	79
4.7.1.4. Oscillations horizontales	83
4.7.1.5. Oscillations verticales avec cisaillement.	86
4.7.1.6. Conclusion	91
4.7.2. Éboulements.	91
4.7.3. Réarrangements dans des structures cristallines	93
4.8. Conclusion	94
5. Grains modélisés par des polygones indéformables	95
5.1. Introduction	95
5.2. Triangulation des interstices	96
5.3. Maintien de la triangulation au cours du temps	99
5.3.1. Lois du mouvement	99
5.3.2. Calcul des temps où les triangles deviennent plats	101
5.3.3. Modifications de la triangulation au cours du temps	101
5.3.4. Mise à jour de l'échéancier	102
5.4. Suppression de polygones	103
5.5. Division d'un polygone	103
5.6. Génération de grains	104
5.7. Aspects informatiques	106
5.7.1. Exemple de parcours	107
5.7.2. Problèmes dus à la précision de l'ordinateur	108
5.7.2.1. Grains qui s'interpénètrent.	108
5.7.2.2. Grains qui sortent de la cuve	109
5.7.2.3. Triangles mal orientés	109
5.7.2.4. Cas désespéré	109
5.7.3. Tests sur les temps de calcul	110
5.8. Applications.	110
5.8.1. Ségrégation par vibrations	110
5.8.2. Sabliers et angulomètres	113

TABLE DES MATIÈRES

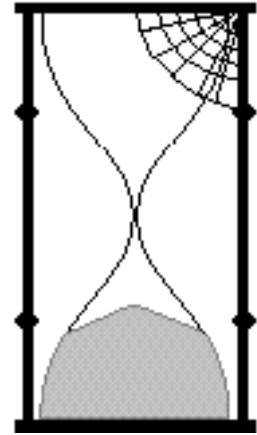
5.8.2.1.	Analyse visuelle des écoulements	114
5.8.2.2.	Influence de la forme des grains sur l'écoulement	116
5.8.2.3.	Influence de la pente des parois	117
5.8.2.4.	Influence de la largeur du col	119
5.8.2.5.	Influence de la gravité	121
5.8.2.6.	Conclusion	122
5.8.3.	Sablier penché	123
5.8.4.	Dilatance	124
5.9.	Conclusion	126
5.9.1.	Points positifs	126
5.9.2.	Points négatifs	126
6.	Grains modélisés par des disques déformables	127
6.1.	Introduction	127
6.2.	Gestion des triangulations	128
6.2.1.	Quand les grains sont des disques.	128
6.2.2.	Quand les grains sont des polygones	129
6.3.	Aspects informatiques	130
6.4.	Une première application	130
6.5.	Une deuxième application	132
6.6.	Temps de calcul	141
6.7.	Conclusion	141
6.7.1.	Avantages et inconvénients de la triangulation	142
6.7.2.	Coûts	142
7.	Modèle de Cundall parallèle	143
7.1.	Parallélisme	143
7.1.1.	Le parallélisme	144
7.1.2.	Utilisation de plusieurs ordinateurs à travers un réseau	144
7.1.3.	Les difficultés de paralléliser un modèle de corps indéformables	144
7.1.4.	Survol de la littérature.	145
7.2.	Paralléliser le modèle de Cundall	146
7.2.1.	Caractéristiques du Cray T3D	146
7.2.2.	Hypothèses sur le milieu à simuler	147
7.2.3.	Répartition des données	147
7.2.4.	Algorithme général.	148
7.2.5.	Accélération	150
7.3.	Conclusion	151

8. Techniques applicables à trois dimensions	153
8.1. Introduction	153
8.2. Pourquoi les triangulations 3D ne sont pas bien adaptées	153
8.2.1. Quand les grains sont des sphères.	154
8.2.2. Quand les grains sont des polyèdres	156
8.2.3. Synthèse	157
8.3. Alors que faire ?	157
8.4. Conclusion	159
Conclusion	161
Annexe	163
A.1. Mesures sur les grains polygonaux	163
A.2. Mesures sur le milieu.	164
A.3. Présentation des mesures non triviales	164
A.3.1. Aire	165
A.3.2. Centre de gravité	165
A.3.3. Moments d'inertie	165
A.3.4. Ellipse d'inertie	167
A.3.5. Calibre.	167
A.3.6. Porosité	168
Glossaire	169
Bibliographie	173
1. Physique de l'état granulaire	174
2. Automates cellulaires	176
3. Méthodes numériques	177
4. Micromécanique	182
5. Géométrie algorithmique.	183
6. Parallélisme	185
7. Autres références	186
8. Rapports et articles produits au cours de cette thèse	187

TABLE DES MATIÈRES

*Certains auteurs, parlant de leurs ouvrages,
disent : mon livre, mon commentaire, mon
histoire... Ils feraient mieux de dire : notre livre,
notre commentaire, notre histoire, vu que
d'ordinaire il y a plus en cela du bien d'autrui que
du leur.*

Pascal



Avant-propos

Remerciements

Bien qu'une thèse soit un travail essentiellement personnel, de nombreuses personnes de notre entourage influencent notre travail par leurs idées ou leurs remarques.

Je tiens tout d'abord à remercier le professeur Thomas M. Liebling, qui m'a accueilli dans sa chaire de recherche opérationnelle du département de mathématiques de l'EPFL et qui m'a proposé un sujet de thèse tout à fait dans mes goûts. Il a ensuite suivi cette thèse en suggérant sans imposer et en guidant sans brider. J'ai beaucoup apprécié la très grande liberté d'action qu'il m'a laissée.

J'aimerais aussi remercier Hubert Telley, qui était le spécialiste des triangulations de cette chaire, et qui m'a aiguillé sur cette voie dès le début de mon travail. Grâce à ses recommandations et à ses travaux, il m'a grandement facilité le travail dans les premiers mois. Nul doute que sans lui, cette thèse aurait été totalement différente.

La thèse de Caroline Hogue a été une autre pierre angulaire de mon travail. De plus, la correspondance que nous avons entretenue par courrier électronique m'a permis de comprendre les grands principes de la mécanique des contacts et de découvrir un monde qui m'était totalement inconnu. Je la remercie d'avoir toujours répondu avec patience à mes questions de Béotien.

Mes remerciements vont aussi à Jean-Albert Ferrez, pour la trop courte mais fructueuse collaboration que nous avons entretenue pour la partie traitant du parallélisme. Ces deux mois de travail en commun ont parfaitement illustré l'équation de la synergie, à savoir $1+1=3$.

Merci également au professeur François Descoedres et à sa collaboratrice Sara Montani, grâce à qui j'ai pu confronter un des modèles avec la réalité, et qui m'ont fait des suggestions pertinentes.

Je remercie encore Christine Lütolf et Jean-Albert Ferrez pour avoir relu cette thèse soigneu-

sement et avec un esprit critique aiguisé. Leur regard acéré m'a permis de rendre plus clairs certains passages nébuleux et d'éliminer les coquilles qui m'avaient échappé. Ils m'ont permis en outre de vérifier l'exactitude de la théorie de Dupin exposée dans "la lettre volée" d'Edgar Poe. Encore faut-il trouver les trois arbres dans la forêt...

Cette thèse n'aurait sans doute pas été possible sans l'aide du fonds national suisse de la recherche scientifique qui l'a financée pour moitié.

J'aimerais enfin remercier tous les étudiants qui ont contribué à l'avancement rapide de cette thèse par leurs travaux de semestre et de diplôme.

Permettez-moi encore une pensée particulière pour mon collègue Antonio Stagno, avec qui j'ai partagé le même bureau pendant plus de cinq ans. Je me souviendrai longtemps du 4 juillet 1995 où nous avons été pris dans un milieu granulaire humain et néanmoins dense sur l'esplanade de Boston...

Je salue aussi chaleureusement mes autres collègues qui ont su créer une excellente ambiance de travail.

Conventions pour les références bibliographiques

Les références bibliographiques sont abrégées [Xyz12], où "Xyz" sont les trois premières lettres du premier auteur et "12" les deux derniers chiffres de l'année de parution de l'article ou du livre. On utilisera si besoin deux ou quatre lettres. Pour différencier deux abréviations identiques, on ajoutera les lettres a, b, c, etc. Par exemple, on écrira [Xyz12a], [Xyz12b].

Le lecteur trouvera à la fin de cette thèse la bibliographie complète, où les références sont classées par thème. Pour simplifier la recherche, on ajoutera devant la référence le numéro du thème. Par exemple, 2-[And93] sera une référence concernant les automates cellulaires.

Les mots suivis d'un * se trouvent dans le glossaire.

Résumé

Les *milieux granulaires* sont partout présents, aussi bien dans la nature que dans différents secteurs de l'activité humaine : le sable, les céréales, le ballast des voies ferrées, les digues en sont des exemples banals. Or, ces milieux ont diverses propriétés que l'on ne retrouve dans aucun des trois états habituels de la matière, par exemple l'effet d'arche, la ségrégation et la convection. La compréhension de ces phénomènes est encore incomplète, mais peut être améliorée par la *simulation* numérique, qui est devenue un moyen d'investigation appréciable depuis que les ordinateurs sont suffisamment puissants. Cette thèse se propose d'étudier quelques techniques informatiques permettant des simulations rapides et réalistes lorsque chaque grain est représenté individuellement.

Un *automate cellulaire* est un moyen très simple de simuler un milieu granulaire. Le fait de discrétiser l'espace et le temps rend les calculs très rapides. Par contre, la réalité physique est seulement approchée par des règles d'évolution simplistes qui doivent être modifiées suivant l'expérience. L'interprétation des résultats ne peut être au mieux que qualitative.

Une technique très intéressante, mais qui demande une grande puissance de calcul, s'appelle la *méthode des éléments distincts*. Chaque grain est modélisé séparément et il faut détecter les contacts afin d'y appliquer les lois physiques appropriées. La plus grande partie des calculs est utilisée pour trouver les contacts. Afin d'accélérer cette recherche, il est nécessaire d'avoir recours à des fonctions de voisinage qui confinent les tests à une fraction seulement du milieu granulaire.

Cette thèse propose d'employer des *triangulations dynamiques* pour définir un voisinage et pour identifier rapidement les points de contact. Certaines méthodes exigent de connaître les temps exacts de collisions; les triangulations permettent de les calculer. Plusieurs types de grains (disques, polygones) ont été utilisés et plusieurs écoles (corps déformables et indéformables) ont été exploitées et comparées. Malheureusement, les propriétés de ces triangulations ne sont pas valables en trois dimensions pour des raisons intrinsèques.

L'école des corps déformables s'adapte particulièrement bien au *parallélisme*, technique qui permet de réduire considérablement les temps de calculs. Les accélérations obtenues en combinant le parallélisme avec les triangulations sont impressionnantes. Les tests ont été effectués sur le superordinateur massivement parallèle Cray T3D.

Les programmes réalisés au cours de cette thèse ont permis la simulation de plusieurs expériences : visualisation des phénomènes de *ségrégation* et de *convection* se produisant lorsque l'on soumet un milieu granulaire à des vibrations, analyse de l'influence de différents paramètres sur les *écoulements* dans un sablier, étude de la répartition de l'énergie lors de la chute d'un bloc rocheux sur un remblai, etc. Les avantages de la simulation pour l'étude des milieux granulaires sont entre autres la possibilité de visualiser les trajectoires, les forces, les vitesses, etc., et la facilité de modifier les paramètres de l'expérience.

Abstract

Granular media are present everywhere in nature and in various fields of human activities : sand, cereals, ballasted tracks, dams are commonplace examples. Those media have some properties not found in any of the three usual states of matter, for example the arching effect, segregation and convection. The understanding of those phenomena is still incomplete but is greatly enhanced by the numerical *simulation* that has become an appreciable way of investigation thanks to the ever increasing power of modern computers. The aim of this thesis is to study various computational techniques for fast and realistic simulations when grains are modeled as individuals.

Cellular automata are the simplest way to simulate a granular medium. Discretizing space and time makes computation very fast. However, the physical laws are approximated by simplified evolutionary rules that need to be adjusted for every experiment. The interpretation of the results can at best be qualitative.

A very interesting approach, but requiring a large number of computations, is the so-called *distinct element method*. Each grain is modeled separately and contacts need to be detected in order to apply appropriate physical laws. Determining contacts is the most time-consuming part of the computation. To speed up the search, it is necessary to use neighborhood functions testing only a subdivision of the granular medium.

In this thesis a neighborhood using *adaptive triangulations* is proposed for an efficient identification of the contact points. Some methods require exact knowledge of collision times; triangulations allow to calculate them. Several types of grains (discs, polygons) have been used and several schools (rigid and soft particles) have been exploited and compared. Unfortunately triangulations were found not to be applicable in three dimensions, for intrinsic reasons.

Soft-particle models were found particularly well suited for *parallelism* and the speed-ups obtained by combining this technique with triangulations are impressive. Tests have been made on the supercomputer Cray T3D.

The methods developed during this thesis have been tested on simulations of several experiments : visualization of *segregation* and *convection* phenomena occurring when a granular medium is submitted to vibrations, sensitivity analysis of various parameters on *flows* in a hopper, study of energy dissipation when a rock falls on an embankment, etc. Advantages of simulation for studying granular media are the possibility of visualizing trajectories, forces, velocities, etc., and the fact that the parameters of the experiment can easily be modified.