Solutions des exercices

Chapitre 1

1.1. $\frac{n(n-1)}{2}$

1.2. $\frac{n(n-3)}{2}$

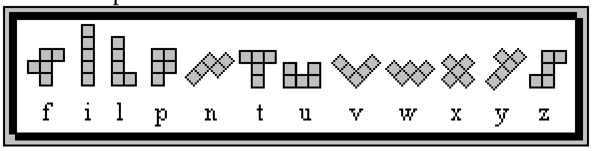
1.3. Il devrait y avoir 64 tuiles, mais le jeu réel n'en a que 56 !

1.4. **a.** 5 étages **b.** 18 étages

1.5. **a.** 34'560'000 mots **b.** 10’368'000 mots

1.6. 4

1.7. 12 pentaminos :



1.8. **a.** 4 9 1 6 8 3 2 5 7
b. (1)(2 5 6 4)(3 8)(7 9)
c. 12 fois
d. 4 fois

1.10. 677 habitants

1.11. 970’200

1.12. **a.** 20 **b.** 1 **c.** 19

1.13. **a.** $4.79\cdot10^{8}$ **b.** $3.99\cdot10^{7}$

1.14. 64

1.15. **a.** 24 **b.** 83'160 **c.** 39’916’800

1.16. **a.** 2184 **b.** 792 **c.** 468 **d.** 1188

1.17. **a.** 120 **b.** 120

1.18. **a.** 468’000 **b.** 421’200

1.19. **a.** 462 **b.** 210 **c.** 378

1.20. **a.** 3003 **b.** 980

1.21. 28

1.22. **a.** 4080 **b.** 1 **c.** 5

1.23. **a.** 286 **b.** 165 **c.** 110 **d.** 80
e. 276

1.24. **a.** 1377 **b.** 27

1.25. **a.** 8’145’060 **b.** 182’780

1.26. 720

1.27. **a.** 48'620 **b.** 11'440 **c.** 201’376
d. 7’596'960 **e.** 15'911

1.28. **a.** Cent mille milliards de poèmes
b. env. 190'128'527 années

1.29. **a.** $n = 9$ **b.** $n = 9$ **c.** $n = 5$

1.30. 8008

1.31. **a.** Il y a 108 manières de traverser
b. La plus rapide dure 15 minutes

1.32. **a.** Il y a $\frac{n(n-1)}{2}$ routes.
b. Il y a $\frac{(n-1)!}{2}$ circuits.
Application numérique : il y a 120 routes et 653'837'184'000 circuits passant par 16 villes.

1.33. **a.** $a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7ab^6+b^7$
b. 147'420 $r^{12}s^{24}$

Chapitre 2

2.1. $\Omega=$ {pp, pf, fp, ff}

2.2. $\Omega=$ {(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)}

2.3. $\Omega=$ {123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, 324, 341, 342, 412, 413, 421, 423, 431, 432}

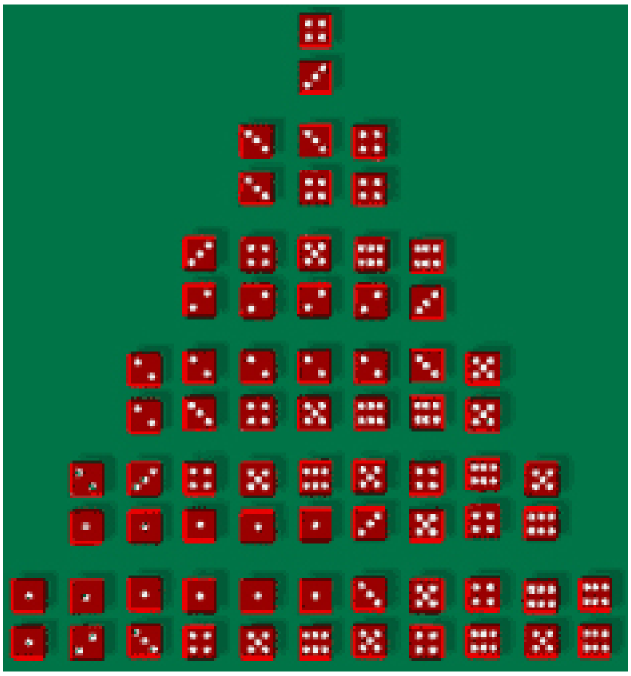
2.4. 0.277775

2.5. **a.** 1/18 **b.** 1/36 **c.** 1/6 **d.** 5/36

2.6. **b.** 1/8 **c.** 1/2 **d.** 5/8

2.7. 0.3

2.8.



2.9. 6/11

2.10. **a.** 0.701 **b.** 0.696

2.11. 32/663

2.12. **a.** 1.54×10^{-6} **b.** 1.39×10^{-5} **c.** 0.00024
d. 0.00144 **e.** 0.00197 **f.** 0.00392
g. 0.0211 **h.** 0.0475 **i.** 0.4226

2.13. 23

2.14. 9/28

2.15. **a.** 0.6 **b.** 0.5 **c.** 0.3
d. 0.2 **e.** 0.1 **f.** 0.9
g. 0.8 **h.** 0.4 **i.** 0.7

2.16. **a.** 1/3 **b.** 1/2

2.17. **a.** 3/5 **b.** 4/5

2.18. 1/3

2.19. si $i < 7$, $p = 0$ si $i = 7$, $p = 1/3$ si $i = 8$, $p = 2/5$
si $i = 9$, $p = 1/2$ si $i = 10$, $p = 2/3$
si $i = 11$, $p = 1$ si $i = 12$, $p = 1$

2.20. 1/3

2.21. 7/11

2.22. 0.0472 étonnant non ?

2.23. non

2.24. oui

2.25. 1/2

2.26. **a.** 0.3 **b.** 0.1 **c.** 0.5
d. 0.4 **e.** 2/7 **f.** non

2.27. **a.** 14/25 **b.** non **c.** 8/33

2.28. **a.** 0.24 **b.** 0.506 **c.** 0.3825

2.29. 8/27

2.30. 13 fois

2.31. **a.** 0.00612 **b.** 5645.7 ans

2.32. environ 22 jours

2.33. au moins un 6 en 4 lancers

2.34. 5

2.35. 8/27

2.36. **a.** $7.07 \cdot 10^{-7}$ **b.** $1.7 \cdot 10^{-5}$ **c.** $1.78 \cdot 10^{-3}$
d. 0.3368 **e.** 0.3895 **f.** 0.3132

2.37. **a.** 17/30 **b.** 1/2 **c.** 9/17

2.38. **a.** 1/3 **b.** 1/5

2.39. 0.4929

2.40. **a.** 0.1201 **b.** 0.1601 **c.** 0.1761
d. 0.7368 **e.** 0.001288

2.41. 27/64

2.42. voir « le crible de Galton » sur le site

2.43. 0.1329

2.44. **a.** 0.0207 **b.** 0.0113

2.45. 0.0335

2.46. **a.** 0.028 **b.** 0.0005 **c.** 0.00068

2.47. **a.** 0.0109 **b.** 0.00103

2.48. avec la méthode 2

2.49. 1681/3364 = 0.4997

2.50. **a.** $1.6\ 10^{-15}$ **b.** $3.35\ 10^{-18}$
Pour les trouver réponses suivantes, il est pratique d'utiliser un tableur.
c. 0.891 **d.** 0.109 **e.** $2.67\ 10^{-7}$

2.51. On double ses chances en changeant de porte ! On a alors 2 chances sur 3 de gagner.

2.52. 26.7 %

Chapitre 3

3.2. **b.** 1.5 **c.** 0.75

3.3. **b.** 4.472222... **c.** 1.9714

3.4. **b.** 4.333... **c.** 2.222...

3.5. Non, on perdra en moyenne 20 cts par partie

3.6. Oui

3.7. Non, on perdra en moyenne 17 cts par partie

3.8. Oui

3.10. – 36.5 centimes

3.11. Si vous levez toujours la main droite, votre adversaire lèvera toujours la main gauche et vous perdrez 1 fr chaque fois. L'astuce consiste à lever la main gauche avec une probabilité de 2/5, et vous gagnerez en moyenne 0.2 fr par partie.
En effet, si l'adversaire lève la main gauche, votre espérance de gain sera de $\frac{2}{5}\cdot 2+\frac{3}{5}\cdot(-1)=0.2$. S'il lève la main droite, elle sera de $\frac{2}{5}\cdot(-4)+\frac{3}{5}\cdot 3=0.2$.

3.12. $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = e^{-\lambda}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}=e^{-\lambda}\cdot e^{\lambda}=1$

3.13. $E[X]=\sum_{k=0}^{\infty} k\,e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}=\lambda e^{-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}=$

$e^{\lambda}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{\lambda^j}{j!}=\lambda e^{-\lambda}e^{\lambda}=\lambda$ (on a posé $j=k-1$)

$$E[X^2]=\sum_{k=0}^{\infty} k^2 e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}=\lambda\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k\lambda^{k-1}e^{-\lambda}}{(k-1)!}$$

$$=\lambda\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(j+1)\lambda^j e^{-\lambda}}{j!} \quad \text{(on a posé } j=k-1\text{)}$$

$$=\lambda\left(\underbrace{\sum_{j=0}^{\infty}\frac{j\lambda^j e^{-\lambda}}{j!}}_{E[X]=\lambda}+\underbrace{\sum_{j=0}^{\infty}\frac{\lambda^j e^{-\lambda}}{j!}}_{1}\right)=\lambda(\lambda+1)$$

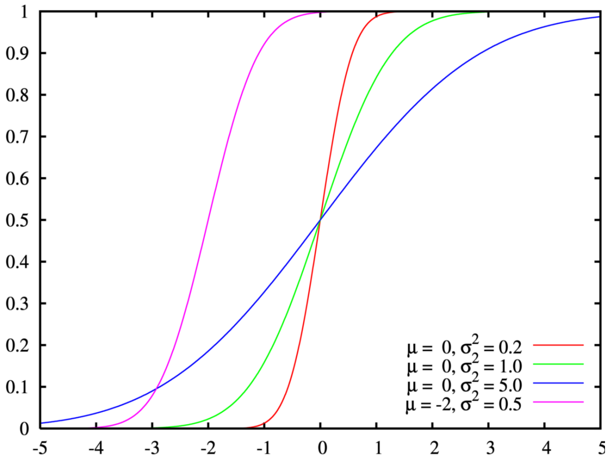
$$V(X)=E[X^2]-(E[X])^2=\lambda(\lambda+1)-\lambda^2=\lambda$$

3.14. 0.5276

3.15. **a.** 0.08208 **b.** 0.04202

3.16. 0.06608

3.17.



3.18. **a.** 0.4222 **b.** 0.8924
c. 0.1292 **d.** 0.3829
e. 0.68268

3.19. **a.** 1.43 **b.** 0.83
c. –1.51 **d.** 1.16

3.20. **a.** 0.0532 **b.** 0.1592
c. 0.3446 **d.** 0.3108

3.21. **a.** 0.68268 **b.** 0.9545 **c.** 0.9973

3.22. 0.5466

3.23. 0.3479

3.24. 57

3.25. 1.0521

3.26. **a.** 0.9713 **b.** 0.0019
c. 0.969

3.27. **a.** 0.0594 **b.** 0. 0594

3.28. $\Phi(4.95) \approx 1$

3.29. **a.** 0.002139
b. loi binomiale : 0.036012
loi de Poisson : 0.036089
loi normale : 0.0317

3.30. environ 0.65